# ALGORITMO

"UM PROCEDIMENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS EM UM NÚMERO FINITO DE PASSOS QUE ENVOLVE FREQUENTEMENTE A REPETIÇÃO DE UMA OPERAÇÃO, OU, NO SENTIDO AMPLO, UM PROCEDIMENTO PASSO A PASSO PARA ATINGIR UM OBJETIVO OU RESOLVER UM PROBLEMA"

WEBSTER

"RULES FOR RESTORATION AND REDUCTION"
PERSA DE KHOWÂRIZM 825 DC
(AL-)

ALGORITMO

ALGORITMO PARA COMPUTADORES
ENVOLVE UMA TRADUÇÃO PARA
UMA LINGUAGEM COMPREENDIDA POR ESTES.

NÓS: ± C :)

# ALGORITMO

- **FINITO:** TERMINA EM UM NÚMERO FINITO DE PASSOS. SE NÃO TERMINA OU NÃO TEM GARANTIA QUE TERMINA, PODEMOS CHAMAR DE MÉTODO COMPUTACIONAL.

- **SEM AMBIGUIDADE:** TODO PASSO É PRECISO E RIGOROSAMENTE DEFINIDO
  ↓
  LINGUAGENS COMPUTACIONAIS

- **ENTRADA:** VALORES, SÍMBOLOS, ... QUE SÃO FORNECIDOS ANTES DO INÍCIO DO ALGORITMO

- **SAÍDA:** VALORES, SÍMBOLOS, ... QUE POSSUEM UMA RELAÇÃO ESPECÍFICA COM A ENTRADA.

- **EFICAZ:** CAPAZ DE REALIZAR TODOS OS PASSOS COM SUCESSO.

- **EFICIÊNCIA:** CARACTERÍSTICA QUE MEDE A CAPACIDADE DO ALGORITMO EM REALIZAR A TAREFA (RESOLVER O PROBLEMA) A QUE SE PROPÕE.

# ANÁLISE (DA EFICIÊNCIA) DE ALGORITMOS

- PREVER O COMPORTAMENTO (RECURSOS)

  → TEMPO DE EXECUÇÃO

  $\propto$ Nº DE PASSOS EXECUTADOS

  $\propto$ NÚMERO DE INSTRUÇÕES QUE O COMPUTADOR EXECUTA

  → TEMOS UMA IDEIA DO TEMPO DE CADA INSTRUÇÃO

- PREVER EXATAMENTE NÃO É SEMPRE (QUASE NUNCA É) POSSÍVEL.

  A ANÁLISE É APENAS UMA APROXIMAÇÃO

  MAS A MELHOR POSSÍVEL

- OBTER UMA "ESTIMATIVA" DO CRESCIMENTO DO Nº DE PASSOS EXECUTADOS EM FUNÇÃO DO TAMANHO DA ENTRADA: $n$

# PROBLEMA $P$

DEFINIÇÃO DO TAMANHO DA ENTRADA $\underline{n}$

- NEM SEMPRE ÓBVIA OU MESMO CLARA.
  - É SUFICIENTE CONSIDERAR O Nº DE ELEMENTOS EM UM PROBLEMA DE ORDENAÇÃO!
  - SEJA $P$ O PROBLEMA DE DET$^{\underline{AR}}$ SE UM DADO Nº INTEIRO POSITIVO $K$ É PRIMO. QUANTO VALE $n$?

ALGORITMO $A$ PARA $P$ : $A(P)$

$f(n)$ ESTIMA O CRESCIMENTO DO Nº DE PASSOS DE $\underline{A}$ EXECUTADO SOBRE UMA ENTRADA DE $\underline{P}$ DE TAMANHO $\underline{n}$

IDEALMENTE GOSTARÍAMOS DE CONHECER $f^x(n)$ QUE EXPRIMIRIA $\boxed{\text{EXATAMENTE}}$ O Nº DE INSTRUÇÕES EXECUTADAS PARA UMA ENTRADA DE TAMANHO $\underline{\underline{n}}$

BUSCAMOS CONHECER O MÁXIMO DE $f^x(n)$ (RELEVANTE AS NECESSIDADES EXISTENTES)

$f^{x}(n)$ É MONÓTONA CRESCENTE (HIPÓTESE)

ESTIMAR O CRESCIMENTO DE $f^{x}(n)$ COM O CRESCIMENTO DE $\underline{n}$

→ CRESCIMENTO ASSINTÓTICO

- LIMITE SUPERIOR ASSINTÓTICO
- " INFERIOR "

* COMPARAÇÃO COM OUTRAS FUNÇÕES.

NOTAÇÃO

$$O(g(n)) = \{ f(n) : \exists \ c, n_0 > 0 \ \text{t.q.} \ 0 \leq f(n) \leq c\, g(n), \ n \geq n_0 \ \text{ou} \ \lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \cancel{\leq} c', \ c' \geq 0 \}$$

DIZ-SE:

$$f(n) \in O(g(n))$$

OU AINDA

$$f(n) = O(g(n))$$

É

$$f(n) = \Omega(g(n)) \iff \exists\ c, n_0 > 0 \text{ t.q.}$$

$$0 \leq c\, g(n) \leq f(n) \quad n \geq n_0$$

ou

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{g(n)} \geq c', \quad c' \geq 0$$

$$\boxed{\text{TEO: } f(n) = \Theta(g(n)) \iff f(n) = O(g(n)) \text{ e } f(n) = \Omega(g(n))}$$

$$f(n) = \Theta(e(n)) \iff \lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{e(n)} = C,\ C > 0$$

$$f(n) = o(u(n)) \iff \lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{u(n)} = 0$$

$$f(n) = \omega(l(n)) \iff \lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{l(n)} = +\infty$$

# COMPLEXIDADE POLINOMIAL

$$f(n) = O(n^k)$$

K UMA CONSTANTE.

POR QUE É IMPORTANTE?

| COMPLEXIDADE \ $n$ | 20 | 50 | 100 | 200 | 500 | 1000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $1000\,n$ | .02 s | .05 s | .1 s | .2 s | .5 s | 1 s |
| $1000\,n \log n$ | .09 s | .3 s | .6 s | 1.5 s | 4.5 s | 10 s |
| $100\,n^2$ | .04 s | .25 s | 1 s | 4 s | 25 s | 2' |
| $10\,n^3$ | .02 s | 1 s | 10 s | 1' | 21' | 2.7 horas |
| $n^{\log n}$ | .4 s | 1.1 horas | 220 dias | 125 séculos | $5 \times 10^8$ séc | |
| $2^{n/3}$ | .0001 s | .1 s | 2.7 horas | $3 \times 10^4$ séculos | | |
| $2^n$ | 1 s | 35 anos | $3 \times 10^4$ séculos | | | |
| $3^n$ | 58' | $2 \times 10^9$ séculos | | | | |

UMA OPERAÇÃO LEVA $10^{-6}$ s