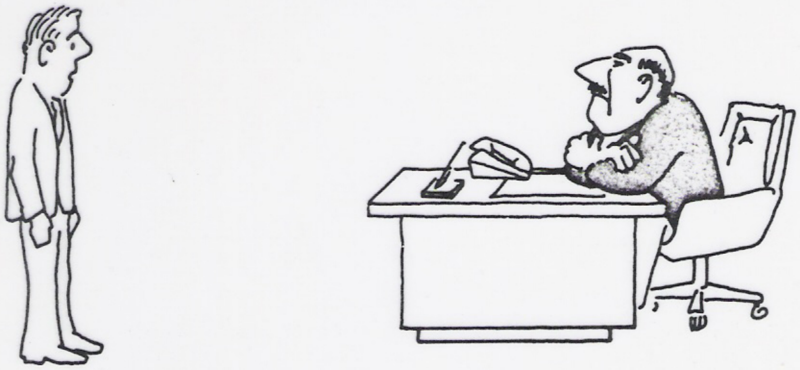
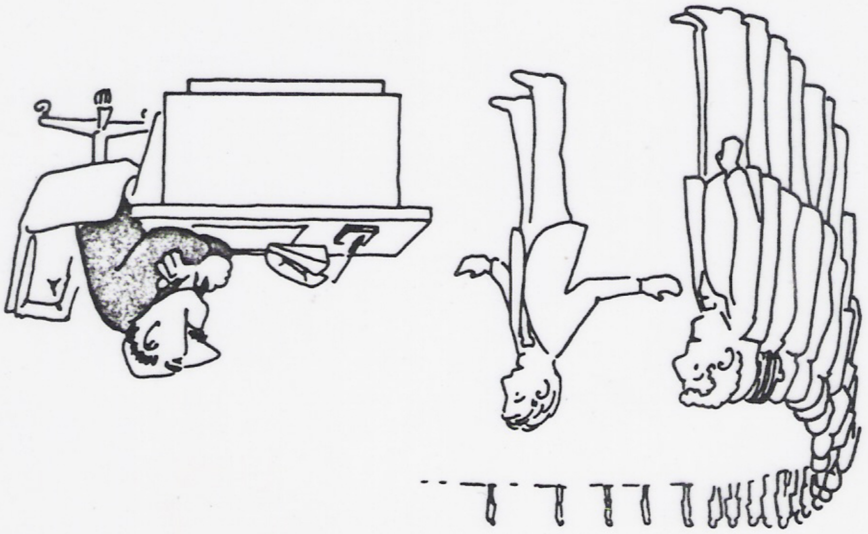


"I can't find an efficient algorithm, I guess I'm just too dumb."

"I can't find an efficient algorithm, because no such algorithm is possible!"



"I can't find an efficient algorithm, but neither can all these famous people."

| Time complexity function | Size $n$ 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | .00001 second | .00002 second | .00003 second | .00004 second | .00005 second | .00006 second |
| $n^2$ | .0001 second | .0004 second | .0009 second | .0016 second | .0025 second | .0036 second |
| $n^3$ | .001 second | .008 second | .027 second | .064 second | .125 second | .216 second |
| $n^5$ | .1 second | 3.2 seconds | 24.3 seconds | 1.7 minutes | 5.2 minutes | 13.0 minutes |
| $2^n$ | .001 second | 1.0 second | 17.9 minutes | 12.7 days | 35.7 years | 366 centuries |
| $3^n$ | .059 second | 58 minutes | 6.5 years | 3855 centuries | $2\times10^8$ centuries | $1.3\times10^{13}$ centuries |

**Figure 1.2** Comparison of several polynomial and exponential time complexity functions.

Size of Largest Problem Instance Solvable in 1 Hour

| Time complexity function | With present computer | With computer 100 times faster | With computer 1000 times faster |
|---|---|---|---|
| $n$ | $N_1$ | $100\ N_1$ | $1000\ N_1$ |
| $n^2$ | $N_2$ | $10\ N_2$ | $31.6\ N_2$ |
| $n^3$ | $N_3$ | $4.64\ N_3$ | $10\ N_3$ |
| $n^5$ | $N_4$ | $2.5\ N_4$ | $3.98\ N_4$ |
| $2^n$ | $N_5$ | $N_5+6.64$ | $N_5+9.97$ |
| $3^n$ | $N_6$ | $N_6+4.19$ | $N_6+6.29$ |

**Figure 1.3** Effect of improved technology on several polynomial and exponential time algorithms.

# LINGUAGEM

- SEJA $\Sigma$ UM CONJUNTO DE SÍMBOLOS

$\Sigma^*$ É O CONJUNTO DE TODOS OS "STRINGS" DE TAMANHO FINITO SOBRE $\Sigma$

$\Sigma = \{0,1\} \therefore \Sigma^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \dots\}$

$L \subset \Sigma^*$ É UMA LINGUAGEM SOBRE O ALFABETO $\Sigma$

EXEMPLOS:

$\Sigma = \{0,1\}$

$L_1 = \{01, 001, 111, 01101011\}$

$L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x$ É A REPRESENTAÇÃO BINÁRIA DE UM MÚLTIPLO DE 4 $\}$

# PROBLEMAS DE DECISÃO

## ISOMORFISMO DE SUBGRAFOS (SGI)

INSTÂNCIA: 2 GRAFOS $G_1 = (V_1, E_1)$ E $G_2 = (V_2, E_2)$

PERGUNTA: $G_1$ CONTÉM UM SUBGRAFO ISOMORFO A $G_2$?

I.E. $\exists\ V' \subseteq V_1$ E $E' \subseteq E_1$

T.Q. $|V'| = |V_2|$, $|E'| = |E_2|$ E

$\exists$ UM FUNÇÃO BIUNÍVOCA $f: V_2 \to V'$

T.Q. $\{u, v\} \in E_2 \Leftrightarrow \{f(u), f(v)\} \in E'$?

## (ISOMORFISMO DE GRAFOS) (GI)

IDEM: $|V_1| = |V_2|$ $|E_1| = |E_2|$

## CAIXEIRO VIAJANTE (TSP)

INSTÂNCIA:
- CONJUNTO FINITO DE CIDADES $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$
- DISTÂNCIAS ENTRE OS PARES DE CIDADES $d(c_i, c_j) \in \mathbb{Z}^+$ $c_i, c_j \in C$
- UM INTEIRO $B > 0$

PERGUNTA: $\exists$ UM TOUR DE TODAS AS CIDADES DE COMPRIMENTO MENOR OU IGUAL A B

I.E. UMA ORDEM $\pi$ T.Q. $\sum_{i=1}^{n-1} d(c_{\pi(i)}, c_{\pi(i+1)}) + d(c_{\pi(n)}, c_{\pi(1)}) \leq B$

# LINGUAGENS X PROBLEMAS DE DECISÃO

* UM ESQUEMA DE CODIFICAÇÃO E É UMA FORMA DE DESCREVER UMA INSTÂNCIA I DE UM PROBLEMA $\Pi$ ATRAVÉS DE UM "STRING" APROPRIADO DE SÍMBOLOS SOBRE ALGUM ALFABETO $\Sigma$

E e $\Pi$ PARTICIONAM $\Sigma^*$ EM 3 CONJUNTOS.

(1) → OS "STRINGS" QUE NÃO SÃO CODIFICAÇÕES DE INSTÂNCIAS DE $\Pi$

(2) → OS QUE CODIFICAM INSTÂNCIAS QUE POSSUEM A RESPOSTA NÃO $N_\Pi$

(3) → OS QUE CODIFICAM INSTÂNCIAS COM RESPOSTA SIM $Y_\Pi$

ASSOCIAMOS (3) COM A LINGUAGEM:

$$L(\Pi, E) = \left\{ x \in \Sigma^* \mid \boxed{\Sigma} \text{ É O ALFABETO USADO POR } \boxed{E} \right.$$

$$\left. \boxed{x} \text{ É UMA CODIFICAÇÃO POR } \boxed{E} \text{ DE UMA INSTÂNCIA } \boxed{I \in Y_{\Pi}} \right\}$$

→ O ESQUEMA DE CODIFICAÇÃO DEFINE O TAMANHO DO "STRING" EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DE $I$.

→ UMA CODIFICAÇÃO ACEITÁVEL POSSUI UMA **RELAÇÃO POLINOMIAL** ENTRE O TAMANHO DE $I$ E DO "STRING" QUE A REPRESENTA.

EX: TAMANHO DE (SGI), $T(I) = |V_1| + |V_2|$

O TAMANHO DO "STRING" DEVE SER $O(T(I)^k)$

→ REPRESENTAMOS OS DOIS GRAFOS EM

$$O\left((|V_1| + |V_2|)^2\right)$$