

positivos

4. (2.0) Seja  $G$  um grafo direcionado com pesos nas arestas, seja  $s$  um vértice de  $G$  e seja  $k$  um inteiro positivo. Como podemos encontrar os  $k$  vértices mais próximos de  $s$ ? Com qual complexidade? Análise em função de  $k, m, n$ .

3. (3.0pt) Um site de música na Internet decidiu criar um ranking com as melhores canções da última década, a partir de  $n$  canções,  $s_1, \dots, s_n$ , pré-selecionadas. Durante um mês, sempre que um usuário acessava o site, duas canções escolhidas aleatoriamente eram exibidas, e o usuário devia marcar qual das duas ele preferia. Ao término deste processo, temos um conjunto de triplas  $S = \{(s_i, s_j, d_{ij}) | 1 \leq i < j \leq n\}$ , aonde  $d_{ij} = i$  se a maioria das pessoas prefere  $s_i$  à  $s_j$ ,  $d_{ij} = j$  se a maioria das pessoas prefere  $s_j$  à  $s_i$  e  $d_{ij} = 0$  se não há uma preferência entre as canções.

Um ranking  $R$  é consistente com a lista  $S$  se e somente se para todo par de canções  $s_i$  e  $s_j$  a seguinte condição é válida: se  $s_i$  vem antes da canção  $s_j$  no ranking  $R$ , então a maioria das pessoas prefere  $s_i$  à  $s_j$  ou não há uma preferência entre tais canções.

a) Descreva um algoritmo eficiente para verificar se é possível criar um ranking de canções consistente com a pesquisa. Note que o algoritmo deve responder SIM ou NÃO. Análise a complexidade de pior caso do algoritmo proposto em função de  $n$ . Explique as estruturas de dados utilizadas para obter tal complexidade.

b) Em algumas situações é possível existir mais de um ranking consistente com  $S$ . Dados dois rankings  $R$  e  $R'$  para uma lista  $S$ , dizemos que  $R$  *domina*  $R'$  se e somente se na primeira posição que  $R$  difere de  $R'$ , o índice da canção de  $R$  é menor que o índice da canção de  $R'$ . Por exemplo, se  $R = s_1 s_3 s_2 s_4$  e  $R' = s_1 s_3 s_4 s_2$ , então  $R$  domina  $R'$  já que os rankings diferem pela primeira vez na terceira posição e  $s_2$  tem índice menor que  $s_4$ . Descreva como seria um algoritmo para determinar um ranking consistente com a lista  $S$  que não é dominado por nenhum outro ranking consistente com  $S$ . Análise a complexidade do algoritmo proposto em função de  $n$ . Explique as estruturas de dados utilizadas para obter tal complexidade.

2) Considere um grafo direcionado acíclico onde cada aresta  $e$  tem um tamanho  $w_e$ . Dados dois vértices  $u, v$  no grafo, compute o caminho **mais longo** entre eles em tempo  $O(n + m)$ .

- Capítulo 3 do livro Kleinberg-Tardos, exercícios 1, 2, 10, 12.