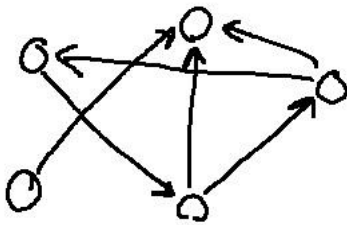


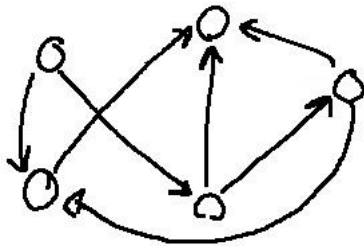
Lista de preparação para a P3

- 1) Prove por indução que para qualquer grafo direcionado, a **soma dos graus de saída** é igual ao **número total de arestas**
- 2) Para cada um dos grafos abaixo, diga se ele possui ordenação topológica ou não, e justifique:

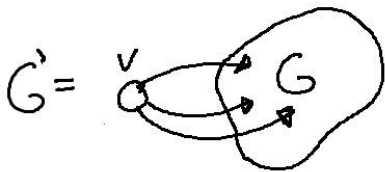
a)



b)



- 3) Considere um grafo direcionado G que possui ordenação topológica v_1, v_2, \dots, v_n . Monte o grafo G' adicionando ao grafo G um nó v com aresta **para** alguns nós de G :

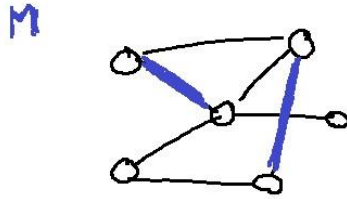


(Note que **não** há arestas indo **de G para v**.) De uma ordenação topológica para G' .

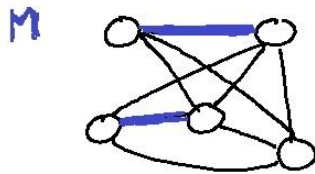
- 4) Verdadeiro ou falso: em uma execução (completa) do algoritmo Dijkstra, calculamos o tamanho do caminho mais curto da origem s a **todos os outros nós**

5) Em cada item abaixo, temos um grafo G e um emparelhamento M . Para cada item, exiba um **caminho aumentante** com relação a M , ou argumente que tal não existe.

a)



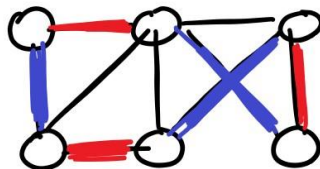
b)



6) Um emparelhamento é chamado *perfeito* se ele casa todos os nós do grafo.

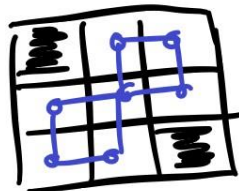
Suponha que um grafo G tem 2 emparelhamentos perfeitos diferentes M_1 e M_2 . Mostre que as arestas $M_1 \cup M_2$ contém um ciclo (pode conter mais de um).

Por exemplo, no grafo abaixo os emparelhamentos perfeitos em azul e vermelho formam um ciclo que percorre o grafo todo.



Dica: Tente provar primeiro para o caso em que os emparelhamentos M_1 e M_2 não tem nenhuma aresta em comum

7) Considere um tabuleiro de xadrez 3×3 com dois cantos removidos. Vamos provar que não existe como cobrir esse tabuleiro com peças 2×1 e 1×2 .



a) Considere o acima grafo em azul, cujos nós correspondem a casas e as arestas conectam casas adjacentes. Mostre que esse grafo é bipartido

b) Prove que esse grafo não tem um emparelhamento perfeito (note que um emparelhamento perfeito equivale a cobrir as casas com peças 2×1 e 1×2)

8) Considere um grafo G com a seguinte propriedade: existe um conjunto S de 2 vértices tal que $G - S$ (o grafo obtido ao remover esses vértices) tem 2 componentes conexo, um com número impar de vértices e o outro com número par de vértices.

Esse grafo G tem um emparelhamento perfeito (lembre que um emparelhamento é *perfeito* se casa todos os nós do grafo)? Justifique

9) Prove por indução no número de nós que toda árvore tem número cromático 2

10) Considere dois grafos G_1 e G_2 com número cromático 3. Construa o grafo G como na figura abaixo. Qual é o número cromático de G ?

