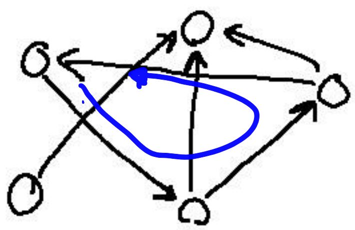
Lista de preparação para a P3

1) Prove por indução que para qualquer grafo direcionado, a **soma dos graus de saída** é igual ao **número total de arestas**

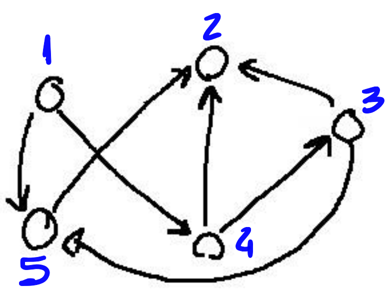
2) Para cada um dos grafos abaixo, diga se ele possui ordenação topológica ou não, e justifique:

a)



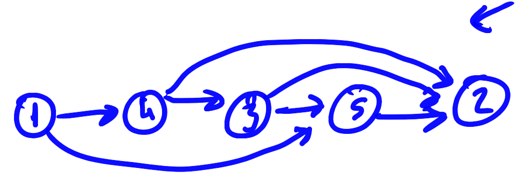
Não, pois tem ciclo e como provamos em aula se tem ciclo não tem ord top.

b)

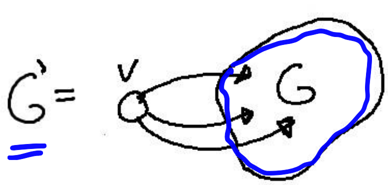


Sim:

é ord top



3) Considere um grafo direcionado G que possui ordenacao topologica v1,v2,...vn. Monte o grafo G’ adicionando ao grafo G um nó v com aresta **para** algums nós de G:



$\overbrace{v, v_1, v_2, \ldots, v_n}^{\text{ord top de } G'}$

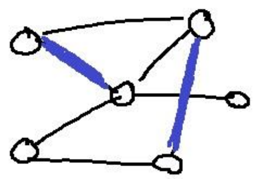
(Note que **não** há arestas indo **de G para v.**) De uma ordenação topologica para G’.

4) Verdadeiro ou falso: em uma execução (completa) do algoritmo Dijkstra, calculamos o tamanho do caminho mais curto da origem s a **todos os outros nós**

5) Em cada item abaixo, temos um grafo G e um emparelhamento M. Para cada item, exiba um **caminho aumentante** com relacao a M, ou argumente que tal não existe.

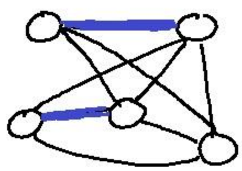
a)

M



b)

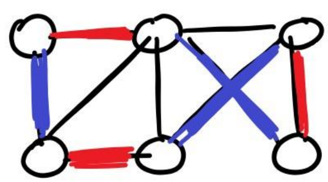
M



6) Um emparelhamento é chamado *perfeito* se ele casa todos os nós do grafo.

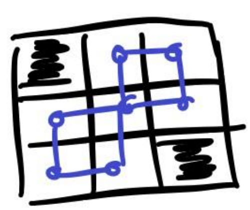
Suponha que um grafo G tem 2 emparelhamentos perfeitos diferentes M1 e M2. Mostre que as arestas M1 ∪ M2 contém um ciclo (pode conter mais de um).

Por exemplo, no grafo abaixo os emparelhamentos perfeitos em azul e vermelho formam um ciclo que percorre o grafo todo.



Dica: Tente provar primeiro para o caso em que os emparelhamentos M1 e M2 não tem nenhuma aresta em comum

7) Considere um tabuleiro de xadrez 3x3 com dois cantos removidos. Vamos provar que nao existe como cobrir esse tabuleiro com peças 2x1 e 1x2.



a) Considere o acima grafo em azul, cujos nós correspondem a casas e as arestas conectam casas adjacentes. Mostre que esse grafo é bipartido

b) Prove que esse grafo não tem um emparelhamento perfeito (note que um emparelhamento perfeito equivale a cobrir as casas com peças 2x1 e 1x2)

8) Considere um grafo G com a seguinte propriedade: existe um conjunto S de 2 vértices tal que G-S (o grafo obtido ao remover esses vértices) tem 2 componentes conexo, um com número impar de vértices e o outro com número par de vértices.

Esse grafo G tem um emparelhamento perfeito (lembre que um emparelhamento é *perfeito* se casa todos os nós do grafo)? Justifique

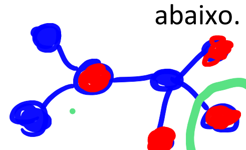
min de cores p/ pintar grafo tq vizinhos com dif

9) Prove por indução no <u>número de nós</u> que toda árvore tem número cromático 2

<u>Dica</u>: lembre que toda árvore tem alguma folha

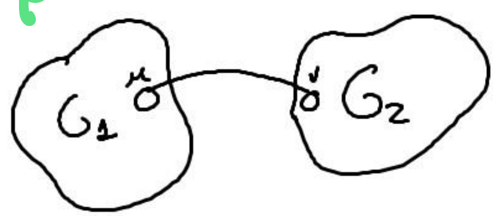
10) Considere dois grafos G1 e G2 com número cromático 3. Construa o grafo G como na figura abaixo. Qual é o número cromático de G?

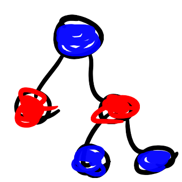
Ex:



← só tem 1 vizinho : folha

G =





n+1

T =