

1. Encontre o menor inteiro  $n_0$  para o qual  $n! > 2^n$ . Prove por indução que esta relação é válida para  $n \geq n_0$ .

1. Seja a equação de recorrência definida por

$$T(n) = T(n - 1) + n, \text{ para } n \geq 2$$

$$T(1) = 1.$$

Prove por indução que  $T(n) > n^2/2$

3)

MoveDisco(n,ini,dest)

Se  $n = 1$

Retire o Disco  $D_1$  de haste  $ini$  e coloque na haste  $dest$

Fim Se

$x \leftarrow \{A, B, C\} - \{ini, dest\}$

MoveDisco(n-1,ini,x)

Retire o Disco  $D_n$  da haste  $ini$  e coloque na haste  $dest$

MoveDisco(n-1,x,dest)

Prove por indução que o número de discos “retirados” por MoveDisco(n, A, C) (ou seja, número de execuções das linhas 2 ou 5) é  $2^n - 1$

6) Considere o algoritmo da busca binária

Bin(A, x)

n = |A|

If n = 0, return **False**

Defina a "metade"  $m = \lfloor n/2 \rfloor$

Particione A nas listas  $L = A[1:m-1]$  e  $R = A[m+1:n]$

If  $A[m] = x$

return **True**

Else if  $A[m] < x$

return Bin(R, x)

Else

return Bin(L, x)

Prove que se A é um vetor de números ordenado, Bin(A,x) retorna "True" caso x pertença a A (por indução forte no tamanho de A).

1) a) Prove that every amount of postage of 12 cents or more can be formed using just 4-cent and 5-cent stamps.

b) Design a recursive algorithm that given an input x returns a number of 4-cent and 5-cent stamps whose total value is exactly x

2) Prove por indução que se n pessoas estão enfileiradas e a primeira pessoa é uma mulher e a última um homem, então em alguma posição da fila tem-se um homem logo em seguida de uma mulher

3) Escreva a negacao das expressoes abaixo:

- a) Para todo numero natural n ( existe um número x tal que  $n < x$  )  
 - b) Toda arvore possui um nó folha

- c) Para todo numero natural n, se n é par então (n+1 é impar)  
minimo = natural por emp

**NEG** a) Existe natural n, tq, por todo número x,  $n \geq x$

Existe natural n  $\rightarrow$  expressão  
 $\equiv$  Existe natural n, tq  
 p/ todo num x  $\neg emp_{x_2}$

$\equiv$  Existe natural n, tq  
 p/ todo num x  $n \geq x$

(b) Existe ova que não possui vô filha

4) Prove o seguinte por contradição: Para todo par de números inteiros  $a, b$  temos  $a^2 - 4b \neq 2$ .

**Dica:** Lembre que provamos que se  $x^2$  é par, então  $x$  é par.

c) Existe um natural  $n$  tq  $n$  é par mas  $n+1$  não é impar

