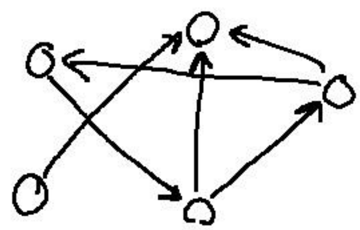
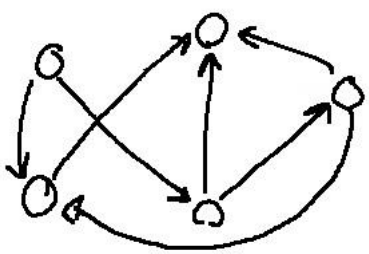
Lista de preparação para a P3

1) Para cada um dos grafos abaixo, diga se ele possui ordenação topológica ou não, e justifique:

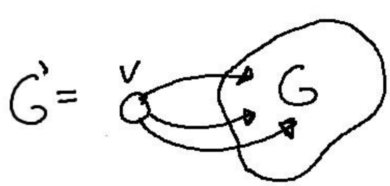
    a)



    b)



2) Considere um grafo direcionado G que possui ordenacao topologica v1,v2,...vn. Monte o grafo G' adicionando ao grafo G um nó v com aresta **para** algums nós de G:



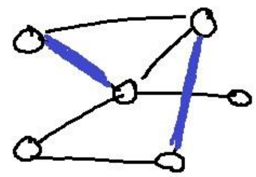
    (Note que **não** há arestas indo **de G para v.**) De uma ordenação topológica para G'.

3) Verdadeiro ou falso: em uma execução (completa) do algoritmo Dijkstra, calculamos o tamanho do caminho mais curto da origem s a **todos os outros nós**

4) Em cada item abaixo, temos um grafo G e um emparelhamento M. Para cada item, exiba um **caminho aumentante** com relacao a M, ou argumente que tal não existe.

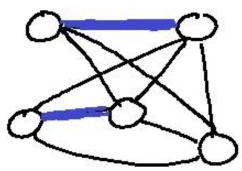
    a)

M



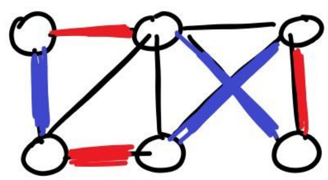
b)

M

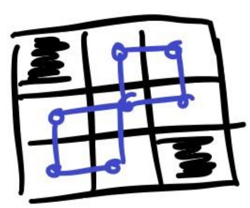


5) Suponha que um grafo G tem 2 emparelhamentos perfeitos diferentes M1 e M2. Mostre que as arestas M1 ∪ M2 contém um ciclo (pode conter mais de um).

   Por exemplo, no grafo abaixo os emparelhamentos perfeitos em azul e vermelho formam um ciclo que percorre o grafo todo.



6) Considere um tabuleiro de xadrez 3x3 com dois cantos removidos. Vamos provar que nao existe como cobrir esse tabuleiro com peças 2x1 e 1x2.



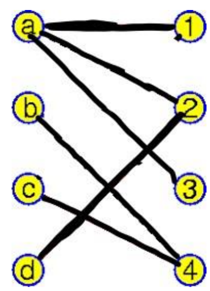
   a) Considere o acima grafo em azul, cujos nós correspondem a casas e as arestas conectam casas adjacentes. Mostre que esse grafo é bipartido

   b) Prove que esse grafo não tem um emparelhamento perfeito (note que um emparelhamento perfeito equivale a cobrir as casas com peças 2x1 e 1x2)

7) Considere um grafo G com a seguinte propriedade: existe um conjunto S de 2 vértices tal que G-S (o grafo obtido ao remover esses vértices) tem 2 componentes conexo, um com número impar de vértices e o outro com número par de vértices.

   Esse grafo G tem um emparelhamento perfeito? Justifique

8) Utilizando o Teorema de Hall, mostre que o grafo abaixo não possui um emparelhamento perfeito



9) Mostre que todo grafo bipartido onde **todos os nós tem grau k** satisfaz a condição do Teorema de Hall: N(S) >= S para todo conjunto de nós S em um lado do grafo.

10) Prove por indução no número de nós que toda árvore é bipartida (ou seja tem número cromático 2) [Somente nesse exercício, você **não** pode utilizar a caracterização de grafos bipartidos que vimos em aula]

11) Considere dois grafos G1 e G2 com número cromático 3. Construa o grafo G como na figura abaixo. Qual é o número cromático de G?