1. Encontre o menor inteiro n_0 para o qual $n! > 2^n$. Prove por indução que esta relação é válida para $n \geq n_0$.

1. Seja a equação de recorrência definida por

$$T(n) = T(n-1) + n, \text{ para } n \geq 2$$
$$T(1) = 1.$$

Prove por indução que $T(n) > n^2/2$

3)

MoveDisco(n,ini,dest)

Se $n = 1$

Retire o Disco D_1 de haste *ini* e coloque na haste *dest*

Fim Se

$x \leftarrow \{A, B, C\} - \{ini, dest\}$

MoveDisco(n-1,ini,x)

Retire o Disco D_n da haste *ini* e coloque na haste *dest*

MoveDisco(n-1,x,dest)

Prove por inducao que o número de discos “retirados” por MoveDisco(n, A, C) (ou seja, número de execuções das linhas 2 ou 5) é $2^n - 1$

2. Uma árvore estritamente binária é uma árvore binária em que todo nó tem 0 ou 2 filhos. Uma folha em uma árvore é um nó que não tem nenhum filho. O nível de uma folha em uma árvore binária é o número de arcos do caminho que começa na folha e termina na raiz. Para um melhor entendimento, a árvore estritamente binária mostrada na Figura 1 tem 3 folhas em níveis 2,2,1. Sejam $l_1, l_2, \ldots, l_n$ os níveis das folhas de uma árvore estritamente binária com n folhas. Prove que

$$\sum_{i=1}^{n} 2^{-l_i} = 1$$

6) Considere o algoritmo da busca binária

```
Bin(A, x)
    n = |A|
    If n = 0, return False

    Defina a "metade" m = ⌊n/2⌋
    Particione A nas listas L = A[1:m-1]  e R = A[m+1:n]
    If A[m] = x
        return True
    Else if A[m] < x
        return Bin(R, x)
    Else
        return Bin(L, x)
```

Prove que se A é um vetor de números ordenado, Bin(A,x) retorna "True" caso x pertença a A (por indução forte no tamanho de A).

1) a) Prove that every amount of postage of 12 cents or more can be formed using just 4-cent and 5-cent stamps.

b) Design a recursive algorithm that given an input x returns a number of 4-cent and 5-cent stamps whose total value is exactly x

2) Prove por indução que se n pessoas estão enfileiradas e a primeira pessoa é uma mulher e a última um homem, então em alguma posição da fila tem-se um homem logo em seguida de uma mulher

3) Escreva a negacao das expressoes abaixo:

a) Para todo numero natural n, existe um número x tal que n < x

b) Toda arvore possui um nó folha

c) Para todo numero natural n, se n é par então n+1 é impar

4) Prove o seguinte por contradição: Para todo par de números inteiros a, b temos $a^2 - 4b \neq 2$.
Dica: Lembre que provamos que se x^2 é par, então x é par.