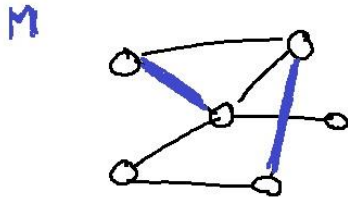


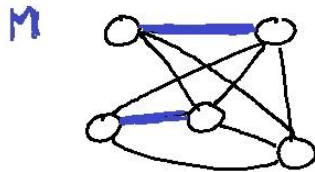
Grafos

- 1) Em cada item abaixo, temos um grafo G e um emparelhamento M . Para cada item, exiba um **caminho aumentante** com relação a M , ou argumente que tal não existe.

a)

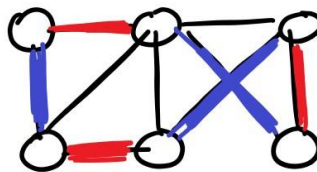


b)

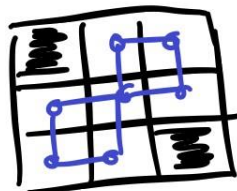


- 2) Suponha que um grafo G tem 2 emparelhamentos perfeitos diferentes M_1 e M_2 . Mostre que as arestas $M_1 \cup M_2$ contém um ciclo (pode conter mais de um).

Por exemplo, no grafo abaixo os emparelhamentos perfeitos em azul e vermelho formam um ciclo que percorre o grafo todo.



- 3) Considere um tabuleiro de xadrez 3×3 com dois cantos removidos. Vamos provar que não existe como cobrir esse tabuleiro com peças 2×1 e 1×2 .



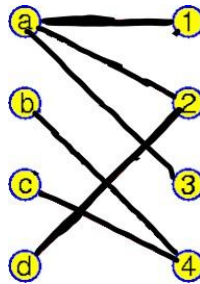
a) Considere o acima grafo em azul, cujos nós correspondem a casas e as arestas conectam casas adjacentes. Mostre que esse grafo é bipartido

b) Prove que esse grafo não tem um emparelhamento perfeito (note que um emparelhamento perfeito equivale a cobrir as casas com peças 2x1 e 1x2)

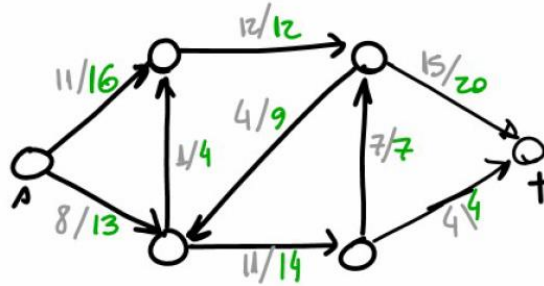
- 4) Considere um grafo G com a seguinte propriedade: existe um conjunto S de 2 vértices tal que $G-S$ (o grafo obtido ao remover esses vértices) tem 2 componentes conexo, um com número impar de vértices e o outro com número par de vértices.

Esse grafo G tem um emparelhamento perfeito? Justifique

- 5) Utilizando o Teorema de Hall, mostre que o grafo abaixo não possui um emparelhamento perfeito



- 6) Mostre que todo grafo bipartido onde **todos os nós tem grau k** satisfaz a condição do Teorema de Hall: $N(S) \geq S$ para todo conjunto de nós S em um lado do grafo.
- 7) Prove por indução no número de nós que toda árvore é bipartida (ou seja tem número cromático 2) [Somente nesse exercício, você **não** pode utilizar a caracterização de grafos bipartidos que vimos em aula]
- 8) Considere dois grafos G_1 e G_2 com número cromático 3. Construa o grafo G como na primeira questão. Qual é o número cromático de G ?
- 9) Considere a situação abaixo (onde os números em verde são as capacidades das arestas, e os números em cinza representam um fluxo)



- Desenhe a rede residual com relação a esse fluxo
- Encontre o fluxo máximo s-t nesse grafo, começando a partir do fluxo dado acima
- Prove que o fluxo que voce encontrou é máximo usando um corte no grafo

Contagem

1) Uma moeda é jogada 10 vezes. Quantas possibilidades temos de ver:

- Exatamente 2 “caras”?
- No máximo 3 “coroas”?

1. Uma companhia aérea tem 6 pilotos e 10 aeromoças. Sabendo que cada tripulação é formada por 2 pilotos e 4 aeromoças, pergunta-se

- Quantas tripulações diferentes são possíveis?

23. How many ways are there for eight men and five women to stand in a line so that no two women stand next to each other? [*Hint*: First position the men and then consider possible positions for the women.]

30. Seven women and nine men are on the faculty in the mathematics department at a school.

- a) How many ways are there to select a committee of five members of the department if at least one woman must be on the committee?

1) Quantas permutações das letras ABCDEFGH contém as **strings** AB e CD (ou seja, AB aparece como um bloco consecutivo, com letras nessa ordem, e o mesmo para CD)

4. Uma comissão internacional de direitos humanos será formada por presidentes de 6 países. Sabendo que deve haver pelo menos um presidente de cada um dos cinco continentes na comissão. Quantas comissões são possíveis?

Dados adicionais:

Número de países da África com regime presidencialistas: a

Número de países da América com regime presidencialistas: b

Número de países da Ásia com regime presidencialistas: c

Número de países da Europa com regime presidencialistas: d

Número de países da Oceania com regime presidencialistas: e