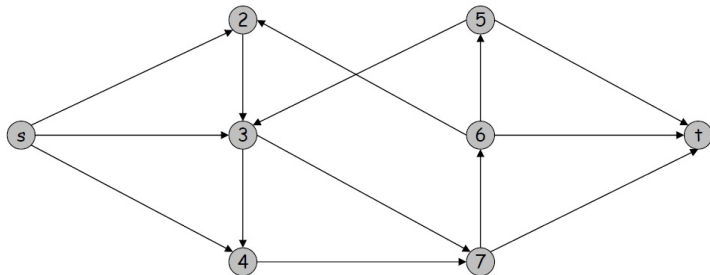


## Fluxo em Redes - Caminhos Disjuntos

# Caminhos Disjuntos

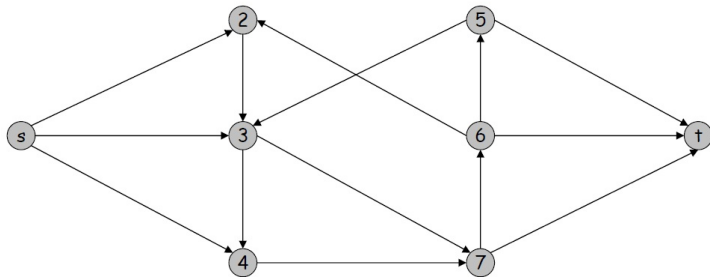
## Definição

Dois caminhos em um grafo são **aresta-disjuntos** se eles não tem nenhuma aresta em comum



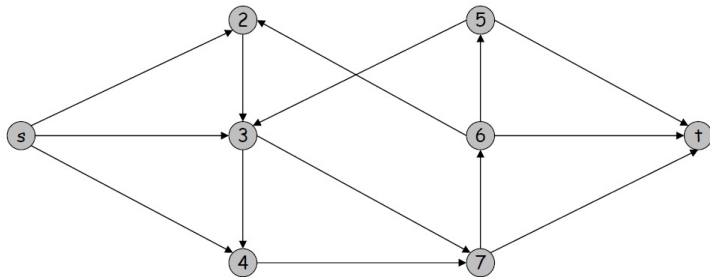
# Caminhos Disjuntos

**Problema:** Quantos caminhos  $s-t$  aresta-disjuntos tem o grafo abaixo?



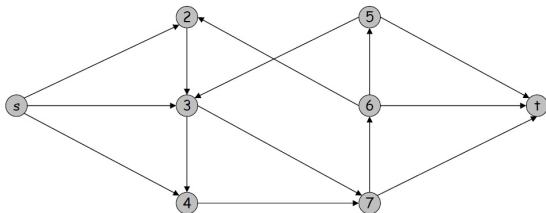
# Caminhos Disjuntos

**Problema:** Quantos caminhos  $s-t$  aresta-disjuntos tem o grafo abaixo?

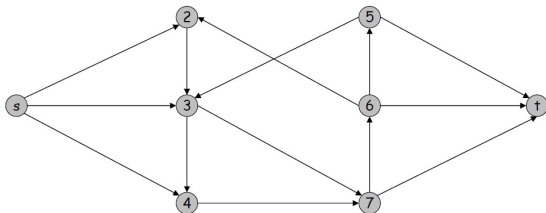


**Aplicações:** Redundância. Rede de telecomunicações, energia, etc.

**Pergunta:** Podemos utilizar **fluxo máximo** para encontrar quantos caminhos  $s-t$  aresta-disjuntos existem?



**Pergunta:** Podemos utilizar **fluxo máximo** para encontrar quantos caminhos  $s-t$  aresta-disjuntos existem?



**Resp:** Coloque capacidade 1 em cada aresta, encontre fluxo  $s-t$  máximo (**integral**)

Decomponha o fluxo em “fluxo-caminhos”, **cada um com fluxo 1**, e “fluxo-ciclos” (ignore esses últimos)

Devido as capacidades, esses fluxos-caminhos usam **caminhos aresta-disjuntos**

## Fluxo em Redes - Eliminação em Competições

# Eliminação em Competições

time i	vitórias $v_i$	derrotas $d_i$	jogos faltando $r_i$	contra			
				Atl	Phi	NY	Mon
Atlanta	83	71	8	-	1	6	1
Philly	80	79	3	1	-	0	2
New York	78	78	6	6	0	-	0
Montreal	77	82	3	1	2	0	-

**Pergunta:** Philly ainda pode ganhar (empatar) o campeonato? (em número de vitórias)



# Eliminação em Competições

time i	vitórias $v_i$	derrotas $d_i$	jogos faltando $r_i$	contra			
				Atl	Phi	NY	Mon
Atlanta	83	71	8	-	1	6	1
Philly	80	79	3	1	-	0	2
New York	78	78	6	6	0	-	0
Montreal	77	82	3	1	2	0	-

**Pergunta:** Philly ainda pode ganhar (empatar) o campeonato? (em número de vitórias)

**Resp:** Não:

– Atlanta tem 6 jogos contra New York

# Eliminação em Competições

time i	vitórias $v_i$	derrotas $d_i$	jogos faltando $r_i$	contra			
				Atl	Phi	NY	Mon
Atlanta	83	71	8	-	1	6	1
Philly	80	79	3	1	-	0	2
New York	78	78	6	6	0	-	0
Montreal	77	82	3	1	2	0	-

**Pergunta:** Philly ainda pode ganhar (empatar) o campeonato? (em número de vitórias)

**Resp:** Não:

- Atlanta tem 6 jogos contra New York
- Caso Atlanta ganhe algum deles, é o campeão absoluto  $\Rightarrow$  Philly não ganha

# Eliminação em Competições

time i	vitórias $v_i$	derrotas $d_i$	jogos faltando $r_i$	contra			
				Atl	Phi	NY	Mon
Atlanta	83	71	8	-	1	6	1
Philly	80	79	3	1	-	0	2
New York	78	78	6	6	0	-	0
Montreal	77	82	3	1	2	0	-

**Pergunta:** Philly ainda pode ganhar (empatar) o campeonato? (em número de vitórias)

**Resp:** Não:

- Atlanta tem 6 jogos contra New York
- Caso Atlanta ganhe algum deles, é o campeão absoluto  $\Rightarrow$  Philly não ganha
- Caso New York ganhe todos os 6 jogos, fica a frente de Philly (que só pode chegar a 83 vitórias)  $\Rightarrow$  Philly não ganha

# Eliminação em Competições

**Pergunta:** Como usar **fluxo máximo** para saber se o time  $i$  ainda pode ser campeão, no melhor caso?

# Eliminação em Competições

**Pergunta:** Como usar **fluxo máximo** para saber se o time  $i$  ainda pode ser campeão, no melhor caso?

**Ideia:** No melhor caso, time  $i$  ganha todos seus jogos restantes  $\Rightarrow$  fica com  $v_i + r_i$  vitórias

# Eliminação em Competições

**Pergunta:** Como usar **fluxo máximo** para saber se o time  $i$  ainda pode ser campeão, no melhor caso?

**Ideia:** No melhor caso, time  $i$  ganha todos seus jogos restantes  $\Rightarrow$  fica com  $v_i + r_i$  vitórias

Precisamos decidir se pode-se **atribuir** ganhadores para os jogos restantes de forma que **nenhum time ganhe mais que  $v_i + r_i$  no total**

# Eliminação em Competições

**Pergunta:** Como usar **fluxo máximo** para saber se o time  $i$  ainda pode ser campeão, no melhor caso?

**Ideia:** No melhor caso, time  $i$  ganha todos seus jogos restantes  $\Rightarrow$  fica com  $v_i + r_i$  vitórias

Precisamos decidir se pode-se **atribuir** ganhadores para os jogos restantes de forma que **nenhum time ganhe mais que  $v_i + r_i$  no total**

$\Rightarrow$  time  $j$  deve ganhar no máximo  $v_i + r_i - v_j$  jogos adicionais

# Eliminação em Competições

**Pergunta:** Como usar **fluxo máximo** para saber se o time  $i$  ainda pode ser campeão, no melhor caso?

**Ideia:** No melhor caso, time  $i$  ganha todos seus jogos restantes  $\Rightarrow$  fica com  $v_i + r_i$  vitórias

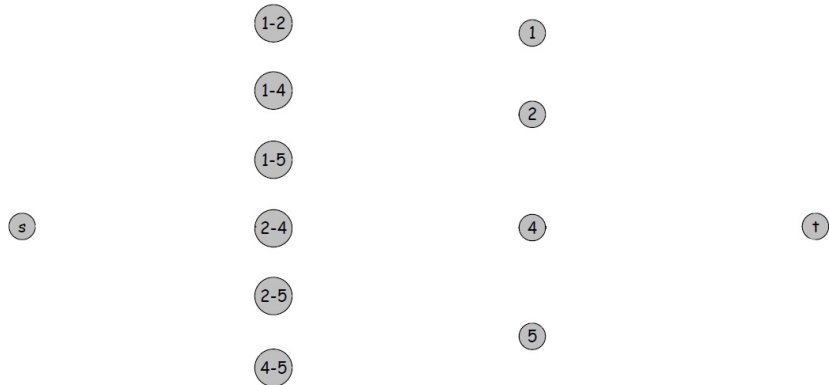
Precisamos decidir se pode-se **atribuir** ganhadores para os jogos restantes de forma que **nenhum time ganhe mais que  $v_i + r_i$  no total**

$\Rightarrow$  time  $j$  deve ganhar no máximo  $v_i + r_i - v_j$  jogos adicionais

**Pergunta:** Como usar **fluxo máximo** para achar tal atribuição?



# Eliminação em Competições



# Exercício

**Exercício 1:** Usando a formulação baseada em fluxo máximo, **prove** que Philly não pode ser um campeão

time	vitórias	derrotas	jogos faltando	contra			
i	$v_i$	$d_i$	$r_i$	Atl	Phi	NY	Mon
Atlanta	83	71	8	-	1	6	1
Philly	80	79	3	1	-	0	2
New York	78	78	6	6	0	-	0
Montreal	77	82	3	1	2	0	-

## Exercício 2:

Suppose you are running a web site that is visited by the same set of people every day. Each visitor claims membership in one or more *demographic groups*; for example, a visitor might describe himself as male, 40–50 years old, a father, a resident of Illinois, an academic, a blogger, and a fan of Joss Whedon.<sup>6</sup> Your site is supported by advertisers. Each advertiser has told you which demographic groups should see its ads and how many of its ads you must show each day. Altogether, there are  $n$  visitors,  $k$  demographic groups, and  $m$  advertisers.

Describe an efficient algorithm to determine, given all the data described in the previous paragraph, whether you can show each visitor exactly *one* ad per day, so that every advertiser has its desired number of ads displayed, and every ad is seen by someone in an appropriate demographic group.