Lista de Fluxos

1. Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado, e s e t dois vértices não adjacentes de G.

a) Descreva um algoritmo para achar o menor número de arestas cuja remoção desconecta o grafo de forma que s e t fiquem em componentes diferentes. Justifique sua resposta.

b) Descreva um algoritmo para achar o menor número de vértices cuja remoção desconecta o grafo de forma que s e t fiquem em componentes diferentes. Justifique sua resposta.

2. Uma academia deseja que você organize os horários de trabalho semanais de seus k *personal trainers*. Para isso, ela te disponibiliza os horários em que pode estar aberta e cada *personal trainer* te diz em quais horários ele está disponível para dar aulas. Assumindo que em cada instante apenas um *personal trainer* pode estar dando aula, apresente um algoritmo que determina se é possível distribuir c horas-aula entre os *personal trainers* de modo que cada um deles trabalhe no mínimo a horas e no máximo b horas durante a semana.

3. Dado um grafo $G = (V, E)$ e dois vértices s e t, mostre que se $[S, S']$ e $[T, T']$ são $s - t$ cortes mínimos, então $[S \cup T, S' \cap T']$ e $[S \cap T, S' \cup T']$ também são $s - t$ cortes mínimos. A notação $[A, B]$ representa uma partição de V onde $s \in A$ e $t \in B$.

4. Prove que o problema de encontrar um st-fluxo máximo em uma rede quando as capacidades são inteiras ou infinitas possui solução ótima finita se, e somente se, não existe um caminho de capacidade infinita de s para t na rede.

5. Um restaurante precisa suprir uma determinada demanda de guardanapos de pano em um intervalo de n dias, onde a demanda por guardanapos no dia i é de $d(i)$. Ele sempre pode comprar novos guardanapos a um preço α, ou pode enviar guardanapos já utilizados a uma lavanderia. A lavanderia disponibiliza dois tipos de serviço: no primeiro o guarnanapo é lavado e entregue no dia seguinte a um preço β. No segundo, o guardanapo é lavado e entregue 2 dias depois a um preço γ. Modele este problema utilizando fluxo em redes de forma a minimizar os gastos do restaurante.

6. Seja $G = (V, E)$ um grafo onde uma aresta (i, j) representa a distância d_{ij} do vértice i ao vértice j e seja s um vértice de G. Deseja-se computar a menor distância entre s e todos os outros vértices do grafo. Resolva este problema utilizando fluxo em redes e prove a corretude do seu algoritmo.