Rio de Janeiro, 18 de Maio de 2014.
LISTA DE ALGORITMOS ALEATORIZADOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
ENTREGA: 7 de Junho de 2014

1. Considere o seguinte procedimento para encontrar um corte (A, B) em um grafo $G = (V, E)$:

Para cada $v \in V$ associe v aleatoriamente a A ou B.

a) Calcule em função de $|V|$ e $|E|$ o valor esperado do número de arestas do corte obtido pelo algoritmo.

b) Suponha que você mostrou no item acima que seu algoritmo obtém um corte de tamanho $f(|V|, |E|)$, onde f é uma função qualquer. Exiba um algoritmo determinístico que obtenha um corte de tamanho maior ou igual a $f(|V|, |E|)$, ou seja, desaleatorize o algoritmo acima.

2. Considere um grafo vazio G com n vértices $\{1, \ldots, n\}$. Considere o experimento aleatório em que cada aresta (u, v), com $1 \leq u < v \leq n$, é adicionada a G com probabilidade p.

a) Seja X uma V.A. que mede o número de arestas do grafo obtido. Calcule $E[X]$.

b) Assuma que $p = 1/(n-1)$. Exiba um limite superior para a probabilidade do grafo obtido ter mais do que n arestas?

c) Qual o número esperado de ciclos de tamanho 3 (triângulos) do grafo obtido?

d) Assuma que $p = 1/3$ neste item. Exiba um limite superior para a probabilidade de haver mais de $n^3/10$ triângulos em um grafo obtido segundo o experimento descrito.

3. Kleinberg & tardos, cap 13, ex 5

4. Kleinberg & tardos, cap 13, ex 6

5. Seja G um grafo com m arestas e n nós. Dado um inteiro k, com $0 < k < n$, desenvolva um algoritmo polinomial para encontrar um conjunto S com k vértices tal que $G[S]$, o subgrafo de G induzido por S, tenha pelos menos $\frac{mk(k-1)}{n(n-1)}$ arestas. O algoritmo pode ser determinístico ou aleatorizado. Se for aleatorizado, o algoritmo deve tem tempo esperado polinomial e sempre obter uma resposta correta.

6. Kleinberg & tardos, cap 13, ex 9