CONTROLE DE ESTOQUE – UM MODELO SIMPLES

Marco Antonio Casanova

RESUMO

Um modelo simples para controle de estoque é apresentado, tendo como principais características a existência de um estoque central ligado a outro local, submetido a dois tipos de consumo: aleatório e programado. Os resultados são apresentados de forma a tornar imediata a implantação automática do modelo.

ABSTRACT

A simple model for stock control is presented. It is based upon the assumption that there exist a central stock connect to an outlet subject to both programmed and random demand. The results are presented in format which allows the immediate application of the model.

1 – INTRODUÇÃO

Consideraremos no que se segue um caso simples de controle de estoque. A situação refere-se a um depósito central alimentando apenas um depósito local submetido a um processo de esvaziamento que pode ser pensado como aquisição aleatória, ou por encomenda, de ítens pelos consumidores.

Assumiremos que a não satisfação do consumo acarretará grandes prejuízos, de modo que o limite máximo do nível dos depósitos será dado somente por problemas de espaço. Esta não é uma suposição destituída de sentido e em casos de pequenos estoques é bastante aceitável.

Assim sendo, o objetivo básico do controle efetuado sobre o estoque é a satisfação ininterrupta do consumo, ou seja, o não-esvaziamento total.

2 – MODELAGEM

Inicialmente os elementos fundamentais do sistema são identificados e os fatores de interesse definidos. Segue-se a apresentação das características da demanda, os tipos observados e duas definições de interesse não imediato.

Marco Antônio Casanova
Engenheiro Eletrônico
Sulamec S.A. Informática e Tecnologia

Em seguida as políticas de armazenamento adotadas são descritas em termos dos fatores definidos anteriormente.

Finalmente os métodos de estimação para os fatores escolhidos como base para as políticas são apresentados.

2.1. Definições:

2.1.1. Armazenamento:
Serão dois locais de armazenamento, ligados em série:

– DEPÓSITO
– ALMOXARIFADO

2.1.2. Fatores de interesse para o "DEPÓSITO":

– D : espaço disponível
–
– R_t^i : nível no instante t para o ítem i

– P_t^i : entrada no instante t para o ítem i

– Q_t^i : demanda no final do intervalo (t, t+T) para o ítem i

– s^i : nível mínimo do ítem i

– S^i : nível máximo do ítem i

– W^i : demora para reposição

2.1.3. Fatores de interesse para o "ALMOXARIFADO"

- A : espaço disponível
- Z_t^i : nível no instante $\underline{t}$ para o ítem $\underline{i}$
- X_t^i : entrada no instante $\underline{t}$ para o ítem $\underline{i}$
- Y_t^i : demanda no final do intervalo (t, t+T) para o ítem $\underline{i}$
- L_t^i : nível mínimo no instante $\underline{t}$ para o ítem $\underline{i}$
- a^i : máximo armazenamento no almoxarifado para o ítem $\underline{i}$

2.1.4. Tipos de Demanda:

2.1.4.1. Tipos Básicos de Demanda:

Basicamente consideraremos os ítens submetidos a dois tipos de demanda, decorrentes de processos de consumo diferentes:

– Demanda determinística:

$\underline{i}$ diz-se de demanda determinística sss o processo de consumo for tal que y_t^i é conhecido no instante $\underline{t}$, ou seja é conhecido à priori.

– Demanda aleatória:

$\underline{i}$ diz-se de demanda aleatória sss o processo de consumo for um processo estocástico.

Obs: um ítem é de demanda determinística essencialmente se o processo de atendimento ao consumo for baseado em pedidos prévios.

2.1.4.2. Tipos de Demanda Aleatória:

Para a caracterização da demanda aleatória realizaremos o experimento – "determinação do consumo em um intervalo qualquer I = (t, t+T)" repetidas vezes, gerando a sequência y_t^i.

Conforme o processo envolvido, a sequência y_t^i será utilizada de diversos modos para definir uma variável aleatória y^i e sua distribuição. Para tal, classificaremos ainda a demanda como:

– Demanda aleatória comum:

$\underline{i}$ diz-se de demanda aleatória comum sss a distribuição da quantidade consumida em In = (t+nT, t+(n+l)T) for independente de n, ou seja, se o processo de consumo for estacionário.

Neste caso podemos levantar a distribuição de y_t^i, já que a cada resultado do experimento – y_t^i – corresponde uma observação de y^i.

– Demanda aleatória periódica:

$\underline{i}$ diz-se de demanda aleatória periódica sss a distribuição da quantidade consumida em In = (t+nT, t+(n+m)T) for independente de $\underline{n}$.

P = mT diz-se o período de $\underline{i}$.

Observe-se que a demanda comum é um caso, particular da demanda periódica. A distinção no entanto é necessária, pois no caso da demanda periódica é necessário ainda determinar o período antes de ser possível definir y^i e levantar a sua distribuição de $y^{\underline{i}}$.

Para este modelo em particular é necessário apenas considerar um tipo de periodicidade – suponhamos ainda que o processo de consumo é tal que para cada In, se omitirmos o experimento realizado num particular subintervalo:

I'n = (t+(n+k)T, t+(n+k+l)T)

k constante,

tanto a demanda só em I'n, como a demanda em I'n' = In–I'n, possam ser consideradas como comuns.

Podemos então particionar y_t^i em duas subsequências V_t^i e U_t^i correspondentes aos resultados do experimento em I'n e I'n' e definir duas v.a. V^i e U^i com suas distribuições através das duas subsequências como anteriormente, já que as demandas são consideradas como comuns.

Estaremos então considerando que para cada ítem o processo de demanda só há uma componente periódica.

– Regime Sazonal:

Seja $\underline{i}$ de demanda aleatória comum ou periódica, $\underline{i}$ diz-se estar sob regime sazonal em um particular intervalo I sss ao processo de consumo (comum ou periódico) esteve sobreposto algum outro processo durante o intervalo I.

Teste de Sazonalidade:

Seja y_t^i a série de experimentos

$$\text{Tomemos } V_t^i = \frac{y_t^i}{y_{t\cdot T}^i} \text{ e } \alpha \in (0, 1)$$

Se $P(V_t^i) < \alpha$

consideraremos que em I= (t-T, t) o regime foi sazonal.

Obs: é chamado de "parâmetro de sazonalidade".

2.1.4.3. Considerações sobre processo não estacionários:

Para que a demanda possa ser considerada como comum ou periódica é necessário que o processo envolvido não esteja sujeito a um crescimento em princípio, já que nos dois casos é necessário que o processo seja estacionário.

Evidentemente este não é o caso mais comum, existindo duas alternativas:

- pesquisa de uma lei de crescimento – usualmente supõe-se uma lei linear, extrapolando os resultados.
- restrição do intervalo em que se realiza os experimentos de modo que o crescimento possa ser considerado desprezível, atualizando-se seguidamente os dados à disposição.

Como neste modelo teremos os dados atualizados continuamente, optamos pela segunda alternativa.

No caso de haver uma mudança brusca no processo de consumo, a demanda aleatória será então considerada como em regime sazonal até que a sequência y_t^i inclua quase que somente elementos obtidos sob o novo regime.

Com esta opção o modelo inclue tanto processos com um padrão suave de crescimento quanto processo sujeitos a mudanças razoavelmente bruscas, através do regime sazonal definido anteriormente.

2.1.5. Estimativa ótima

Seja $\underline{i}$ um ítem de demanda aleatória y^i

Seja $\hat{y}^i$ um estimador de y^i

Tomemos $M^i = \hat{y}^i - y^i \,/\, y^i < \hat{y}^i$

ou seja, M^i é uma v.a, definida como a estimativa menos a demanda, sabendo-se que a demanda foi menor do que a estimativa.

Consideraremos como medida da estimativa $\Theta = \dfrac{E(M^i)}{\hat{y}^i}$,

diremos que a estimativa é ótima se $\Theta < 0{,}1$, ou seja, se a média da quantidade que sobra for 10% no valor estimado.

2.1.6. Inércia à observação

Seja $\underline{i}$ um ítem de demanda aleatória y^i com distribuição f.

Seja y_t^i uma observação de y^i, $Q(y_t^i) = (1-f(y_t^i))\, y_t^i$ diz-se ser a inércia à observação de y_t^i.

2.2. Relações Fundamentais

2.2.1. Relativas ao depósito

Para o depósito utilizaremos a política de armazenamento (s^i, S^i), ou seja,

$$R_{t+T}^i = R_t^i - Q_t^i \quad , \quad s^i < R_t^i < S^i$$
$$R_{t+T}^i = S^i - Q_t^i \quad , \quad R_t^i < s^i$$

2.2.2. Relativas ao almoxarifado

Para o almoxarifado, a política foi dividida em dois tratamentos distintos conforme o tipo de demanda.

2.2.2.1. Demanda determinística

Como é conhecida a priori, temos:

– $X_t^i = y_t^i$

– $Z_t^i = 0$

Assim, **não há necessidade de se manter um nível de armazenamento para o ítem,** sendo toda a entrada encaminhada imediatamente às fontes de consumo.

2.2.2.2. Demanda aleatória

Como não conhecemos a quantidade total consumida no final do intervalo, adotaremos uma estimativa $\hat{y}^i$.

A política adotada será:

$$Z_t^i = \max(L_t^i, Z_{t-T}^i - Y_{t-T}^i), \text{ onde}$$

$L_t^i = \min(\hat{y} + m, a^i)$, ou seja, o nível do almoxarifado no começo do intervalo deve ser no mínimo igual à uma quantidade estipulada como a menor de dois outros valores:

- o máximo armazenável
- a demanda estimada acrescida de uma margem de segurança a ser arbitrada.

A entrada no começo de um intervalo deve ser suficiente para completar o nível até o ideal, ou nula, caso o nível esteja maior ou igual ao ideal:

$$X_t^i = \max(L_t^i - (Z_{t-T}^i + X_{t-T}^i - Y_{t-T}^i), 0)$$

2.2.3. Relação entre o almoxarifado e o depósito:

$$\xrightarrow{\text{entrada}} \boxed{D} \longrightarrow \boxed{A} \xrightarrow{\text{saída}}$$

A finalidade do depósito é fornecer ao almoxarifado a quantidade suficiente para que não seja esvaziado durante um período curto de tempo (já que possui menos espaço).

Assim sendo temos que:

$$Q_t = X_{t+T}$$

logo $R_{t+T} = R_t - \max(L_{t+T} - (Z_t + X_t - Y_t), 0)$

2.3. Métodos de Estimação:

Como as políticas de armazenamento adotadas só dependem de s^i, S^i e y^i, além dos parâmetros do modelo (por exemplo, $\underline{m}$) só é necessário a estimação destes

2.1.3. Fatores de interesse para o "ALMOXARIFADO"

- A : espaço disponível
- Z_t^i : nível no instante t para o ítem i
- X_t^i : entrada no instante t para o ítem i
- Y_t^i : demanda no final do intervalo (t, t+T) para o ítem i
- L_t^i : nível mínimo no instante t para o ítem i
- a^i : máximo armazenamento no almoxarifado para o ítem i

2.1.4. Tipos de Demanda:

2.1.4.1. Tipos Básicos de Demanda:

Basicamente consideraremos os ítens submetidos a dois tipos de demanda, decorrentes de processos de consumo diferentes:

– Demanda determinística:

i diz-se de demanda determinística sss o processo de consumo for tal que y_t^i é conhecido no instante t, ou seja é conhecido à priori.

– Demanda aleatória:

i diz-se de demanda aleatória sss o processo de consumo for um processo estocástico.

Obs: um ítem é de demanda determinística essencialmente se o processo de atendimento ao consumo for baseado em pedidos prévios.

2.1.4.2. Tipos de Demanda Aleatória:

Para a caracterização da demanda aleatória realizaremos o experimento – "determinação do consumo em um intervalo qualquer I = (t, t+T)" repetidas vezes, gerando a sequência y_t^i.

Conforme o processo envolvido, a sequência y_t^i será utilizada de diversos modos para definir uma variável aleatória y^i e sua distribuição. Para tal, classificaremos ainda a demanda como:

– Demanda aleatória comum:

i diz-se de demanda aleatória comum sss a distribuição da quantidade consumida em In = (t+nT, t+(n+l)T) for independente de n, ou seja, se o processo de consumo for estacionário.

Neste caso podemos levantar a distribuição de y_t^i, já que a cada resultado do experimento – y_t^i – corresponde uma observação de y^i.

– Demanda aleatória periódica:

i diz-se de demanda aleatória periódica sss a distribuição da quantidade consumida em In = (t+nT, t+(n+m)T) for independente de n.

$P = mT$ diz-se o período de i.

Observe-se que a demanda comum é um caso, particular da demanda periódica. A distinção no entanto é necessária, pois no caso da demanda periódica é necessário ainda determinar o período antes de ser possível definir y^i e levantar a sua distribuição de y^i.

Para este modelo em particular é necessário apenas considerar um tipo de periodicidade – suponhamos ainda que o processo de consumo é tal que para cada In, se omitirmos o experimento realizado num particular subintervalo:

I'n = (t+(n+k)T, t+(n+k+l)T)

k constante,

tanto a demanda só em I'n, como a demanda em I'n' = In–I'n, possam ser consideradas como comuns.

Podemos então particionar y_t^i em duas subsequências V_t^i e U_t^i correspondentes aos resultados do experimento em I'n e I'n' e definir duas v.a. V^i e U^i com suas distribuições através das duas subsequências como anteriormente, já que as demandas são consideradas como comuns.

Estaremos então considerando que para cada ítem o processo de demanda só há uma componente periódica.

– Regime Sazonal:

Seja i de demanda aleatória comum ou periódica, i diz-se estar sob regime sazonal em um particular intervalo I sss ao processo de consumo (comum ou periódico) esteve sobreposto algum outro processo durante o intervalo I.

Teste de Sazonalidade:

Seja y_t^i a série de experimentos

Tomemos $V_t^i = \dfrac{y_t^i}{y_{t\ T}^i}$ e $\alpha \in (0, 1)$

Se $P(V_t^i) < \alpha$

consideraremos que em I = (t T, t) o regime foi sazonal.

Obs: é chamado de "parâmetro de sazonalidade".

2.1.4.3. Considerações sobre processo não estacionários:

Para que a demanda possa ser considerada como comum ou periódica é necessário que o processo envolvido não esteja sujeito a um crescimento em princípio, já que nos dois casos é necessário que o processo seja estacionário.

Evidentemente este não é o caso mais comum, existindo duas alternativas:

— pesquisa de uma lei de crescimento — usualmente supõe-se uma lei linear, extrapolando os resultados.

— restrição do intervalo em que se realiza os experimentos de modo que o crescimento possa ser considerado desprezível, atualizando-se seguidamente os dados à disposição.

Como neste modelo teremos os dados atualizados continuamente, optamos pela segunda alternativa.

No caso de haver uma mudança brusca no processo de consumo, a demanda aleatória será então considerada como em regime sazonal até que a sequência y^i_t inclua quase que somente elementos obtidos sob o novo regime.

Com esta opção o modelo inclue tanto processos com um padrão suave de crescimento quanto processo sujeitos a mudanças razoavelmente bruscas, através do regime sazonal definido anteriormente.

2.1.5. Estimativa ótima

Seja _i_ um ítem de demanda aleatória y^i

Seja $\hat{y}^i$ um estimador de y^i

Tomemos $M^i = \hat{y}^i - y^i \,/\, y^i < \hat{y}^i$

ou seja, M^i é uma v.a, definida como a estimativa menos a demanda, sabendo-se que a demanda foi menor do que a estimativa.

Consideraremos como medida da estimativa $\Theta = \dfrac{E(M^i)}{\hat{y}^i}$,

diremos que a estimativa é ótima se $\Theta < 0{,}1$, ou seja, se a média da quantidade que sobra for 10% no valor estimado.

2.1.6. Inércia à observação

Seja _i_ um ítem de demanda aleatória y^i com distribuição f.

Seja y^i_t uma observação de y^i, $Q(y^i_t) = (1 - f(y^i_t))\, y^i_t$ diz-se ser a inércia à observação de y^i_t.

2.2. Relações Fundamentais

2.2.1. Relativas ao depósito

Para o depósito utilizaremos a política de armazenamento (s^i, S^i), ou seja,

$$R^i_{t+T} = R^i_t - Q^i_t \quad , \quad s^i < R^i_t < S^i$$
$$R^i_{t+T} = S^i - Q^i_t \quad , \quad R^i_t < s^i$$

2.2.2. Relativas ao almoxarifado

Para o almoxarifado, a política foi dividida em dois tratamentos distintos conforme o tipo de demanda.

2.2.2.1. Demanda determinística

Como é conhecida a priori, temos:

$- \; X^i_t = y^i_t$

$- \; Z^i_t = 0$

Assim, **não há necessidade de se manter um nível de armazenamento para o ítem,** sendo toda a entrada encaminhada imediatamente às fontes de consumo.

2.2.2.2. Demanda aleatória

Como não conhecemos a quantidade total consumida no final do intervalo, adotaremos uma estimativa $\hat{y}^i$.

A política adotada será:

$$Z^i_t = \max(L^i_t, Z^i_{t-T} - Y^i_{t-T}), \text{ onde}$$

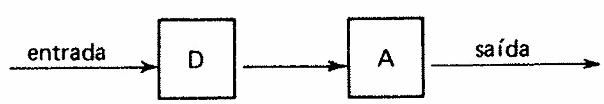
$L^i_t = \min(\hat{y} + m, a^i)$, ou seja, o nível do almoxarifado no começo do intervalo deve ser no mínimo igual à uma quantidade estipulada como a menor de dois outros valores:

— o máximo armazenável
— a demanda estimada acrescida de uma margem de segurança a ser arbitrada.

A entrada no começo de um intervalo deve ser suficiente para completar o nível até o ideal, ou nula, caso o nível esteja maior ou igual ao ideal:

$$X^i_t = \max(L^i_t - (Z^i_{t-T} + X^i_{t-T} - Y^i_{t-T}), 0)$$

2.2.3. Relação entre o almoxarifado e o depósito:



A finalidade do depósito é fornecer ao almoxarifado a quantidade suficiente para que não seja esvaziado durante um período curto de tempo (já que possui menos espaço).

Assim sendo temos que:

$$Q_t = X_{t+T}$$

logo $R_{t+T} = R_t - \max(L_{t+T} - (Z_t + X_t - Y_t), 0)$

2.3. Métodos de Estimação:

Como as políticas de armazenamento adotadas só dependem de s^i, S^i e y^i, além dos parâmetros do modelo (por exemplo, _m_) só é necessário a estimação destes três fatores, excluindo y_t^i no caso da demanda ser determinística.

Suporemos que o experimento descrito em 2.1.4. foi realizado durante um período significativo, sendo y_t^i a sequência das observações.

Obs: quando nos referimos a y_t^i, estará implícito que a observação pertence ao conjunto acima.

2.3.1. Estimação dos níveis mínimo e máximo:

Como não desejamos o esvaziamento estimaremos o mínimo como:

$$s^i = \max (\Sigma\ y_t^i \ / \ t \in W^i)$$

ou seja, s^i é igual ao consumo máximo observado durante um intervalo igual a W^i, tempo máximo para reposição.

O nível máximo depende do tipo de demanda:

$$\frac{S^i}{D} = \frac{\bar{y}^i}{\Sigma \bar{y}^i}$$

ou seja, a fração de espaço máximo disponível para um ítem é proporcional ao seu consumo médio sobre a soma de todos os consumos médios dos diversos ítens.

2.3.2. Estimação do consumo para ítens aleatórios:

Consideraremos métodos de estimação para y^i diferentes, segundo o processo de consumo envolvido. No caso de demanda aleatória periódica apresentaremos ainda um método de estimação do período e uma pequena, mas significante, modificação da estimativa de y^i que terá reflexos importantes, na política de armazenamento do almoxarifado.

2.3.2.1. Estimação de Demanda aleatória comum:

Seja $N^i = y^i - \hat{y}^i \quad , \quad \hat{y} < y^i$

ou seja, N^i é uma v.a. definida como a quantidade demandada no intervalo menos a estimação, dado que houve esvaziamento.

Consideramos como política ótima:

$$\Pr (N^i < 0{,}2\hat{y}^i \ / \ \hat{y}^i = y^i) > 0{,}9$$

ou seja, a probabilidade de faltar menos de 1/5 da quantidade estimada, dado que faltou, deve ser maior do que 90%

Desenvolvendo a expressão temos:

$$F\ (1{,}2\ \hat{y}^i) > 0{,}9 + 0{,}1 F(\hat{y}^i)$$

$\hat{y}$ definido acima (onde F é a distribuição acumulada de y^i) será adotado como o estimador de y^i.

2.3.2.2. Estimação sob regime sazonal:

Seja $I = Q(y_t^i) - Q(y_{t-T}^i)$

(Q dado pela definição 6)

Tomemos $\hat{y}^i$ tq

$$Q(\hat{y}^i) = Q(y_t^i) + I = 2Q(y_t^i) - Q(y_{t-T}^i)$$

ou seja, $\hat{y}^i$ é o ponto cuja inércia é dada pela inércia ao consumo da última observação somada ao impulso (diferença entre duas inércias ao consumo) podendo ser positivo ou negativo.

2.3.2.3. Estimação de demanda aleatória periódica:

Neste caso precisamos estimar inicialmente o período P, para determinar as duas subsequências V_t^i e U_t^i e as variáveis aleatórias associadas a elas.

Estimação do período:

Como estamos supondo que existe apenas um subintervalo de comprimento T previlegiado, basta criar um método de identificação e teremos imediatamente o período como a distância entre dois destes subintervalos consecutivos.

Usualmente teremos ainda que nestes intervalos previlegiados o consumo é maior do que nos outros. Basta não encontrar os máximos relativos de y_t^i e comparar as suas distâncias.

Como estamos tratando com uma sequência que definirá uma v.a. adotaremos uma norma mais fina:

Seja $\bar{y}^i$ a média de y_t^i

tomemos y_x^i tq $y_x^i > 2\bar{y}^i$, se a distância entre duas observações consecutivas for constante, esta distância definirá o período, $P = mT$.*

Podemos, de posse do período, determinar as duas subsequências V_t^i e U_t^i, as v.a. V^i e U^i e suas distribuições.

Estimação de U^i e V^i:

Adotaremos o mesmo método descrito em 2.3.2.1 para estimar V^i (v.a. para o intervalo previlegiado).

Para U^i, utilizaremos uma sequência crescente de (m-1) elementos definida como:

$$\hat{U}_k^i = \max \left(k \frac{\hat{V}^i}{m}, R^i\right), \quad k = 1, \ldots, m\text{-}1$$

onde R^i é a estimação de U^i pelo método de 2.3.2.1.

Teremos assim que ao final do período, ou seja, no intervalo previlegiado, a estimativa coincidiria com $\hat{V}^i$ se a sequência tivesse m elementos.

Este esquema provoca um enchimento gradual do almoxarifado e um sub-aproveitamento do espaço disponível, já que estamos estimando por excesso. Por outro lado, diminue o risco de esvaziamento total provocado por pequenas variações no período, tanto para menos como para mais.

* desta forma, no caso de ser nulo o consumo fora do período, o menor período detetado será de 2 T.

3 – CONCLUSÃO

Todas as definições adotadas no modelo possuem forte conotações heurísticas; foi dada uma forma mais concisa (ou precisa) ao problema tratado visando a sua implementação automática.

Certos métodos de estimação são bastantes claros, enquanto outros baseiam-se levemente em noções de probabilidade elementar. Não foi adotada, no entanto, nenhuma hipótese de cunho estatístico neste modelo; supõe-se que as distribuições usadas sejam levantadas por meio de observações empíricas.

Embora o modelo tenha sido desenvolvido para controle de estoque em pequenos estabelecimentos, pode ser empregado em uma variedade de outros casos (controle de uma represa e distribuição da água). A restrição a um só depósito secundário pode ser levantada sem maiores problemas, tornando o modelo possívelmente mais útil.

(Maiores referências ao problema de estoque poderão ser encontradas na bibliografia em anexo).

BIBLIOGRAFIA

COX, D.R.; P.A.W. LEWIS – "The Statistical Analysis of Series of Events". Methuen's Monographs on Applied Probability and Statistics. Methuen & CO LTD 1966.

GHOSAL,A – "Some Aspects of Queueing and Storage Systems". Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems, vol. 23, Springer – Verlag 1970.

PRABHO, N.U. – "Time-dependent Results in Storage Theory". Methuen's Review Series in Applied Probability, vol. 1 Methuen & CO LTD 1964.