

PUC-Rio

Departamento de Informática

Prof. Marcus Vinicius S. Poggi de Aragão

Período: 2006.1

Horário: 2as-feiras e 4as-feiras de 11 às 13 horas - Sala 774L

PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS (INF 2926)

Lista Livre 1

1. Analise a eficiência do algoritmo abaixo, calculando o número de passos executados pelo mesmo em função de um número n fornecido como entrada. Considere que todas as operações básicas envolvidas (atribuição, operações lógicas, operações aritméticas, entrada/saída) possuem custo constante ($c = O(1)$).

```
Leia(n);
x <- 0;
Para i <- 1 até n faça
  Para j <- i+1 até n faça
    Para k <- 1 até j-i faça
      x  x + 1;
Imprima(x);
```

2. Perdido em uma terra muito distante, você se encontra em frente a um muro de comprimento infinito para os dois lados (esquerda e direita). Em meio a uma escuridão total, você carrega um lampião que lhe possibilita ver apenas a porção do muro que se encontra exatamente à sua frente (o campo de visão que o lampião lhe proporciona equivale exatamente ao tamanho de um passo seu). Existe uma porta no muro que você deseja atravessar. Supondo que a mesma esteja a n passos de sua posição inicial (não se sabe se à direita ou à esquerda), elabore um algoritmo para caminhar ao longo do muro que encontre a porta em $O(n)$ passos. Considere que n é um valor desconhecido (informação pertencente à instância). Considere que a ação composta por dar um passo e verificar a posição do muro correspondente custa $O(1)$.
3. “Pseudo ou não-pseudo? Eis a questão.”
 - (a) Defina os conceitos de algoritmo polinomial e algoritmo pseudopolinomial.
 - (b) Forneça um exemplo de um algoritmo polinomial e outro de um algoritmo pseudopolinomial.
 - (c) Prove ou refute: Todo algoritmo polinomial é pseudopolinomial.
 - (d) Prove ou refute: Todo algoritmo pseudopolinomial é polinomial.
4. Era uma vez um rei que não conhecia algoritmos. Durante um fatídico verão, seu reino fora invadido por um dragão, obrigando os conselheiros da ordem omega-theta a se reunirem e decidirem por contratar o cavaleiro mais corajoso (e ambicioso) do reino que fez uma proposta de recompensa associada ao peso do animal. Considerando que o peso do dragão seja n quilos, a cobrança será feita em moedas de ouro, seguindo a regra de $k \cdot 2^{(n-k)}$ moedas de ouro adicionais para o k -ésimo quilo do dragão. Para exemplificar, um dragão com 4 quilos custaria ao reino $1 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^1 + 4 \cdot 2^0 = 26$ moedas de ouro.

Elabore um algoritmo POLINOMIAL (LINEAR!!!) que, dado um inteiro positivo n , correspondente ao peso do dragão, calcule a quantidade de moedas a serem pagas ao cavaleiro. O algoritmo (projetado para ser executado pelos conselheiros da corte) deve conter apenas as operações aritméticas de soma, subtração, multiplicação e divisão de inteiros (considere que qualquer uma dessas operações é realizada em tempo constante).

5. No que se refere ao conceito de esquema de codificação de uma instância:
- (a) Prove por indução que um número inteiro positivo n ao ser codificado na base $b \geq 2$ faz uso de $(\log_b n)$ caracteres.
 - (b) Prove por indução que um número inteiro positivo n ao ser codificado na base unária faz uso de (n) caracteres.
 - (c) Utilizando o resultados anteriores prove que, um algoritmo que recebe como entrada um número inteiro positivo n codificado em uma base $b \geq 2$ e que executa em n passos é um algoritmo de complexidade exponencial em função do tamanho da instância.