PUC-Rio
Departamento de Informática
Profs. Marcus Vinicius S. Poggi de Aragão
Período: 2000.1
Horário: 3as-feiras e 5as-feiras de 14 às 16 horas
31 de março de 2000

ESTRUTURAS DISCRETAS (INF 1631)

1^a Lista de Exercícios

1. Dê quantos significados você puder para $A \Rightarrow B$.

2. Explique o que s ao as técnicas de prova direta, por força bruta, por contradição. Dê um exemplo de cada. Esta técnica pode ser usada para uma prova por indução ? Como e onde ? O que é contra-positivo.

3. Prove por indução

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots + (-1)^{k-1}k^2 = (-1)^{k-1}k(k+1)/2$$

4. Sejam a, b e n inteiros positivos. Prove por indução que:

$$2^{n-1}(a^n + b^n) \geq (a+b)^n$$

5. Dado um conjunto S de $n+1$ números tirados do conjunto $\{$ 1, 2, 3, ..., $2n$ $\}$. Prove por indução que sempre existe um par de números em S onde um dos números deste par é divisísel pelo outro.

6. Prove por indução que um número é divisível por 3 se e somente se a soma dos dígitos da sua representação decimal é divisível por 3.

7. Escreva um algoritmo recursivo para calcular o mdc entre dois números pelo método de Euclides (pg. 124, Maurer e Ralston). Escreva o teorema de que sabe-se encontrar o mdc de dois números, prove por indução (forte) e mostre como pode-se obter o algoritmo de Euclides desta prova.

8. Seja $F(n)$ o n-ésimo número de Fibonacci, que é definido pela seguinte recursão: $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ para $n > 2$, sendo F(1)=F(2)=1. Prove or indução que:

$$F(n)^2 + F(n+1)^2 = F(2n+1)$$

9. Prove por indução que dado um mapa planar onde todos os vértices têm grau par (grau é o número de arestas que incide no vértice), este pode ter suas regiões coloridas (sem que duas regiões que compartilhem uma aresta, i.e. sejam adjacentes, tenham a mesma cor) com 2 cores.

10. Prove por indução e por argumentos combinatórios.

    (a) $C(n,k) = C(n-2,k-2) + 2.C(n-2,k-1) + C(n-2,k)$

    (b) $\sum_{k=0}^{p} C(m+k,k) = C(m+p+1,p)$